Dziedzina wyrażenia wymiernego

Dla dowolnego wyrażenia wymiernego należy zrobić założenie, że **mianownik jest różny od zera**.

W ten sposób dajemy sobie gwarancję, że nie wykonamy dzielenia przez 0 (które jest w matematyce działaniem niedozwolonym).
Robienie takich założeń to inaczej określanie **dziedziny wyrażenia wymiernego**.

Można zatem powiedzieć, że dziedziną wyrażenia wymiernego jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych, z wyłączeniem tych liczb, które zerują mianownik.

Przykład 1.

Wyznacz dziedzinę wyrażenia wymiernego $\frac{4x+1}{6x-18}$.

Rozwiązanie:

Zakładamy, że mianownik jest różny od zera:

$$\begin{aligned} 6x-18 &\neq 0 \\ 6x &\neq 18 \\ x &\neq 3 \end{aligned}$$

Zatem z dziedziny musimy wykluczyć liczbę 3.
Czyli dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych z wyłączeniem 3.
Zapisujemy to tak: $D=\mathbb{R}\backslash\{3\}$.
Można również zapisać po prostu: $x\neq 3$.

Przykład 2.

Wyznacz dziedzinę wyrażenia wymiernego $\frac{-5x^2+2x}{-2x-3}$.

Rozwiązanie:

Zakładamy, że mianownik jest różny od zera:

$$\begin{aligned} -2x-3 &\neq 0 \\ 2x &\neq -3 \\ x &\neq -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Zatem z dziedziny musimy wykluczyć liczbę $-\frac{3}{2}$.
Czyli dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych z wyłączeniem $-\frac{3}{2}$.
Zapisujemy to tak: $D=\mathbb{R}\backslash\{-\frac{3}{2}\}$.
Można również zapisać po prostu: $x\neq -\frac{3}{2}$.

Przykład 3.

Wyznacz dziedzinę wyrażenia wymiernego $\frac{1}{(x-5)(x+7)}$.

Rozwiązanie:

Sprawdzamy kiedy mianownik zeruje się:

$$\begin{aligned} (x-5)(x+7) &= 0 \\ x-5=0 \quad &\vee \quad x+7=0 \\ x=5 \quad &\vee \quad x=-7 \end{aligned}$$

Czyli $x=5$ zeruje mianownik oraz $x=-7$ zeruje mianownik.
Zatem z dziedziny musimy wykluczyć dwie liczby ? liczbę 5 oraz liczbę -7. Zapisujemy to tak: $D=\mathbb{R}\backslash\{-7,5\}$.
Można również zapisać, że: $x\neq -7 \wedge x\neq 5$.

Zadanie 4.

Dziedziną wyrażenia wymiernego $\frac{36-x^2}{(6-x)(x^3-1)}$ jest zbiór

A. $\mathbb{R}\backslash\{1,6\}$ **B.** $\mathbb{R}\backslash\{-6,-1,6\}$ **C.** $\mathbb{R}\backslash\{-6,6\}$ **D.** $\mathbb{R}\backslash\{-6,1,6\}$

Zadanie 5.

Zbiór $\mathbb{R}\backslash\{-3,0,2\}$ jest dziedziną wyrażenia

A. $\frac{x^2+3x+1}{x^2+x-6}$ **B.** $\frac{x^2-x-2}{x^3+5x^2+6x}$ **C.** $\frac{3x+2}{x(x-2)(x-3)}$ **D.** $\frac{2x+2}{x(x-2)(x+3)}$

Zadanie 6.

Które liczby ze zbioru $\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$ nie należą do dziedziny poniższego wyrażenia wymiernego:

$$\frac{x^2+x-5}{x^3-9x}$$

A. $0,9$ **B.** $-2,-1,1,2$ **C.** $-3,-1,1,3$ **D.** $-3,0,3$